

Seguimiento de Caminos para un robot móvil tipo carro en un ambiente exterior

B. Briseño-Tepepa¹, H. Rodríguez-Cortés²

^{1,2}Departamento de Ingeniería Eléctrica CINVESTAV-IPN
Av. Instituto Politécnico Nacional 2508, 07300

¹En Estancia Posdoctoral desde UPIITA-IPN, Mexico D.F., Mexico
bbrisen@ipn.mx¹, hrodriguez@cinvestav.mx²

Resumen— En este trabajo se presenta una solución para el problema de seguimiento de caminos, definidos por puntos de referencia, en un robot móvil tipo carro. Se propone un cambio de coordenadas para expresar el modelo cinemático del robot móvil como un modelo discontinuo y un control linealizante para la cinemática rotacional poniendo atención en la definición de la orientación de referencia para evitar el fenómeno de desenrollo. La eficacia de la estrategia de control propuesta se verifica por medio de experimentos en un ambiente exterior utilizando un GPS civil y una unidad de medición inercial para determinar la posición y la orientación del robot móvil. Un control proporcional derivativo en velocidad complementa la estrategia de control. La plataforma experimental es un robot móvil tipo carro de combustión interna.

Palabras clave: seguimiento de caminos, puntos de referencia, robot móvil tipo carro.

I. INTRODUCCIÓN

La robótica móvil es un tema de investigación fascinante por varias razones, una de ellas es que su funcionamiento requiere de la aplicación y estudio de varias disciplinas como son: física, matemáticas, mecánica, electrónica, control automático y computación. Con el auxilio de estas disciplinas se ha logrado que los robots móviles cumplan con tareas, tales como navegación autónoma tanto en ambientes controlados, al interior de laboratorios de investigación, como en ambientes no controlados, al exterior de los laboratorios de investigación.

La navegación autónoma de robots móviles tipo carro en ambientes no controlados constituye un importante reto en el campo de la robótica móvil, para aplicaciones tales como transporte de personas y agricultura. Algunos de los retos para lograr la navegación autónoma del robot móvil tipo carro son: el modelo cinemático del robot móvil tipo carro se describe por un conjunto de ecuaciones diferenciales no holonomas subactuadas y debido a que la orientación evoluciona sobre el círculo unitario que no es un subespacio abierto de \mathbb{R} se puede producir el fenómeno de desenrollo.

Como se demuestra en el artículo de Brockett (Brockett R. W., 1983) los sistemas no holonomos subactuados no pueden controlarse con leyes de control continuas e invariantes en el tiempo. Se ha realizado un esfuerzo considerable para encontrar leyes de control variantes en el tiempo (M'Closley, R. T. y Murray, R. M., 1993), (Pomet, J. B., 1992) y leyes de control discontinuas (Bloch, A. M., Reyhanoglu, M. y McClamroch, N. H., 1992), (Canudas de Wit, C. y Sordalen, O. J., 1992). El problema de varias de

estas leyes de control, aunque elegantes desde el punto de vista de la teoría de control, es que son extremadamente complejas, convergen muy lentamente, no aseguran estabilidad local exponencial, e inducen transitorios oscilantes.

Aunque el fenómeno de desenrollo había sido documentado por décadas, ver por ejemplo (Wie, B. y Barba, P. M., 1985), el termino desenrollo fue introducido en (Bhat, S. P. y Bernstein, D. S., 2000) para describir un fenómeno que aparece en controladores diseñados en espacios de configuración topológicamente complejos; en particular la ambigüedad en los estados que describen la orientación. En el caso del robot móvil tipo carro note que la orientación en cero grados puede también representarse por $2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}^+$. Este problema puede ocasionar el fenómeno de desenrollo haciendo que el robot móvil rote sin necesidad para encontrar la referencia deseada.

A pesar de los obstáculos mencionados en los párrafos anteriores, el problema de seguimiento de caminos o seguimiento de trayectorias ha sido ampliamente abordado en la literatura. En (Wang y Low, 2008), se presenta el modelo matemático de la cinemática de varios tipos genéricos de robots móviles con la presencia de perturbaciones tales como deslizamiento y derrape. Se realiza un análisis de maniobrabilidad de los robots móviles relacionando este concepto con controlabilidad. En (Low, C. B. y Wang, D., 2008) se presenta una estrategia de control para seguimiento de caminos en robots móviles tipo carro. La estrategia de control se basa en la técnica de adición de integrador, resultando una ley de control variante en el tiempo. Se presentan resultados experimentales utilizando un GPS de alta resolución. En (Yang, J. M. y Kim, J. H., 1999) se presenta una estrategia para seguimiento de trayectorias robusta basada en una linealización por par calculado y una ley de control por modos deslizantes. La efectividad de la estrategia de control se prueba experimentalmente en un ambiente interior donde la postura del robot se obtiene por visión artificial. En (Divelbiss y Wen, 1997) se presentan resultados experimentales de una ley de control basada en una linealización a lo largo de la trayectoria. Al sistema lineal resultante se le diseña una ley de control del tipo regulador cuadrático variante en el tiempo. La posición del vehículo se determina utilizando odometría por lo que la calibración es de vital importancia. Finalmente, en (Aguiar y Hespanha, 2007) se abordan los problemas de seguimiento de trayectorias y seguimiento de

caminos para vehículos subactuados con incertidumbre en el modelo. La estrategia de control propuesta combina un control supervisorio adaptable conmutado con técnicas de control basadas en Lyapunov. Un factor común en esta breve revisión bibliográfica es que los controladores se diseñan teniendo en cuenta el resultado de Brockett, en ninguno de estos resultados se aborda el problema de desenrollado y además los esquemas de localización del vehículo son precisos ya que en seguimiento de trayectorias se tiene como objetivo llevar al robot móvil desde un determinado punto a otro, en instantes de tiempo definidos. Si el sistema de localización no es preciso, el error de seguimiento puede aumentar sin tener en cuenta la posición real del robot móvil.

Otro tema a considerar en las aplicaciones de robots móviles es el problema de la generación de los caminos o trayectorias. Los algoritmos de generación deben ser capaces de generar caminos o trayectorias que satisfagan el modelo cinemático, es decir que sean factibles. En (Anderson, E. P., Beard, R. W. y McLain, T. W., 2003) se propone un algoritmo para la generación de trayectorias definidas a partir de puntos de referencia. El algoritmo propuesto genera trayectorias de transición entre segmentos lineales definidos por los puntos de referencia optimizando el tiempo de transición. Adicionalmente, el algoritmo puede modificarse de manera que la trayectoria dinámicamente realizable tenga la misma longitud que la trayectoria definida por una línea recta entre dos puntos de referencia.

En este trabajo se aborda el problema de seguimiento de caminos para un robot móvil tipo carro impulsado por un motor de combustión interna en un ambiente exterior. Para resolver este problema, se propone un control invariante en el tiempo basado en hacer un cambio de coordenadas discontinuo para obtener un modelo cinemático discontinuo del robot móvil (Astolfi, A., 1996). El control propuesto asegura convergencia exponencial local del error en orientación. Para evitar el fenómeno de desenrollado se conservan valores pasados de la orientación del vehículo para compararlos con la orientación presente; procesando estos dos valores se evita el desenrollado. Esta estrategia ha sido utilizada en (?). Debido al interés de realizar experimentos en ambientes exteriores se utiliza un GPS civil con errores constantes de $\pm 5m$ y se sigue el enfoque de seguimiento de caminos. En este enfoque el vehículo no tiene forzosamente que estar en una posición deseada en un determinado instante de tiempo. El camino en este trabajo se genera por medio de puntos de referencia, debido a que el sistema dinámico discontinuo que se obtiene al cambiar de coordenadas tiene la discontinuidad precisamente cuando la distancia al punto de referencia deseado es cero, la estrategia de seguimiento propuesta únicamente asegura que el robot móvil se aproximará a una vecindad del punto de referencia.

El documento esta organizado de la siguiente manera. En la sección II se inicia presentando el modelo matemático que describe la cinemática del robot móvil tipo carro, posteriormente en la sección ?? se presenta la solución del problema planteado y se demuestra su eficacia a través de resultados experimentales. Por último, en la sección IV el

documento concluye con observaciones sobre los resultados y propuestas para investigaciones futuras.

II. DESARROLLO DEL TEMA

II-A. Modelo cinemático de un robot tipo carro

El robot móvil tipo carro considerado en este trabajo es un robot tipo (1, 1), (Morin and Samson, 2008) es decir, con un grado de movilidad y un grado de maniobrabilidad. Este robot móvil tiene ruedas delanteras paralelas orientables y ruedas traseras paralelas fijas.

La postura del robot móvil se define como sigue, las coordenadas x, y representan el punto medio del eje que une a las ruedas traseras, ψ es el ángulo de orientación del robot móvil con respecto a los ejes inerciales X, Y y ℓ es la distancia entre los ejes de las ruedas, como se muestra en la Figura 1. Por lo tanto, tomando en cuenta las limitaciones de Pfaffian, el modelo cinemático del robot móvil se describe por las ecuaciones siguientes (1).

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V \cos(\psi) \\ \dot{y} &= V \sin(\psi) \\ \dot{\psi} &= \frac{V}{\ell} \tan(\zeta) \end{aligned} \quad (1)$$

donde V es la velocidad lineal del robot móvil tipo carro y ζ es el ángulo de giro de las ruedas delanteras. Notar que el espacio de configuración de la postura del robot móvil es $\{\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times S^1\}$. La plataforma experimental que se utilizará en este trabajo es un robot móvil tipo carro impulsado por un motor de combustión interna por lo tanto será necesario controlar la velocidad del robot móvil a partir del acelerador del motor de combustión interna. Modelar la dinámica de la plataforma experimental es difícil y sale del alcance de este trabajo. Sin embargo para poder controlar la velocidad asumiremos que el modelo dinámico del robot móvil es

$$m\dot{V} = k\delta_a$$

con m la masa del robot móvil, k una constante que asumiremos desconocida que nos hace el acoplamiento entre la energía térmica del motor de combustión interna y la fuerza que se aplica a las ruedas del robot móvil.

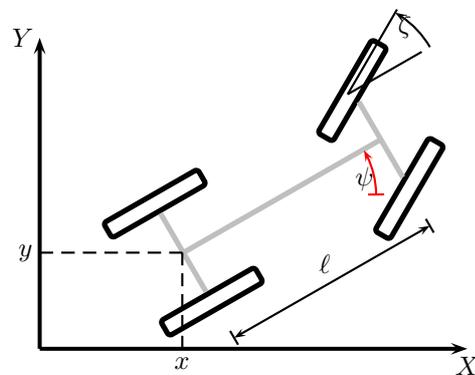


Figura 1. Robot móvil tipo carro.

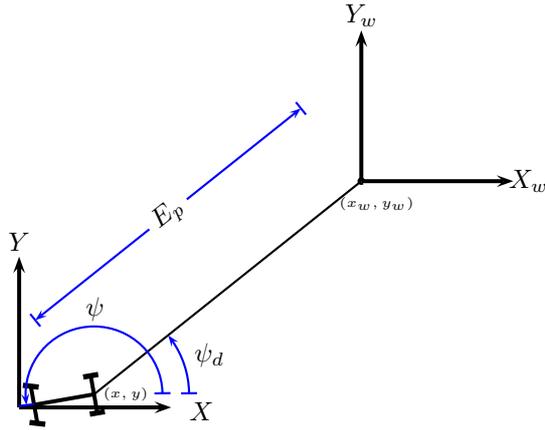


Figura 2. Para un punto de referencia.

III. ESTRATEGIA DE CONTROL

En esta sección definimos una estrategia de control para llevar al robot móvil de una postura inicial a un punto de referencia definido por las coordenadas (x_w, y_w) . Esta situación se ilustra en Figura 2.

El diseño de la estrategia de control inicia expresando a las ecuaciones cinemáticas del robot móvil en términos de la distancia del robot móvil al punto de referencia E_p , del Angulo formado por la línea que une la posición (x, y) del robot móvil y el punto de referencia y el eje X del sistema inercial ψ_d , y el error de orientación e_ψ definido por la diferencia entre la orientación del robot móvil con respecto al sistema inercial y ψ_d . En resumen, las nuevas coordenadas son

$$\begin{aligned} E_p &= \sqrt{(x - x_w)^2 + (y - y_w)^2} \\ \psi_d &= \arctan\left(\frac{y_w - y}{x_w - x}\right) \\ e_\psi &= \psi - \psi_d \end{aligned} \quad (2)$$

Derivando a E_p con respecto al tiempo, asumiendo que las coordenadas del punto de referencia son constantes se tiene

$$\dot{E}_p = \frac{1}{E_p} [(x_w - x) \bar{V} \cos(\psi) + (y_w - y) \bar{V} \sin(\psi)] \quad (3)$$

De la Figura (2) es fácil verificar que

$$\begin{aligned} \sin \psi_d &= \frac{y_w - y}{E_p} \\ \cos \psi_d &= \frac{x_w - x}{E_p} \end{aligned} \quad (4)$$

En las nuevas coordenadas las ecuaciones dinámicas que describen la cinemática del robot móvil quedan expresadas

como sigue

$$\begin{aligned} \dot{E}_p &= -V \cos(e_\psi) \\ \dot{\psi}_d &= -\frac{V}{E_p} \sin(e_\psi) \\ \dot{e}_\psi &= \frac{V}{\ell} \tan(\zeta) + \frac{V}{E_p} \sin(e_\psi) \end{aligned} \quad (5)$$

Debe notarse que en estas nuevas coordenadas la cinemática del robot móvil es discontinua, la discontinuidad sucede exactamente cuando el robot móvil llega al punto de referencia, esto es, cuando $E_p = 0$. En (Astolfi, A., 1995) se realiza este cambio de coordenadas y se propone una ley que logra estabilidad exponencial local y asegura que la ley de control esta bien definida a pesar de la discontinuidad. En este trabajo dado que es de nuestro interés utilizar un sistema de posicionamiento de baja calidad sabemos de antemano que el vehículo no podrá llegar con precisión al punto de referencia de forma que nuestro objetivo será únicamente aproximarnos a una vecindad del punto de referencia. Bajo estas condiciones diseñamos una ley de control diferente a la propuesta en (Astolfi, A., 1995).

La ley de control que se propone surge de considerar a la función de Lyapunov semi definida positiva siguiente

$$V_{e_\psi} = \frac{1}{2} e_\psi^2$$

cuya derivada con respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias del sistema dinámico (5) es

$$\dot{V}_{e_\psi} = e_\psi \left[\frac{V}{\ell} \tan(\zeta) + \frac{V}{E_p} \sin(e_\psi) \right]$$

definiendo al ángulo de giro de las ruedas delanteras como

$$\zeta = \arctan \left\{ -\ell \left[K_p e_\psi + \frac{1}{E_p} \sin(e_\psi) \right] \right\}$$

se tiene

$$\dot{V}_{e_\psi} = -V K_p e_\psi$$

Considerando que se tiene una estrategia de control que mantiene a la velocidad del robot móvil V constante y positiva se tiene que la dinámica del error de orientación es localmente exponencialmente estable. Esto implica que en tiempo finito e_ψ converge a cero, por lo tanto $\cos(e_\psi)$ converge a uno y la distancia E_p disminuye. El problema ahora es detener al robot móvil antes de que la distancia E_p sea muy pequeña o cero. Dado que la velocidad es constante, la estrategia que se propone para evitar $E_p = 0$ es definiendo un umbral de proximidad al punto deseado.

Es importante subrayar que la estrategia de control propuesta no evita el problema de desenrollo y puede suceder que antes de dirigirse al punto de referencia deseado el robot móvil gire innecesariamente para llegar a la orientación deseada. Hasta este punto la estrategia propuesta no presenta gran utilidad ya que únicamente podemos aproximarnos a una vecindad del punto de referencia. Ahora definimos como se adapta la estrategia de control anterior al caso de una trayectoria definida por puntos de referencia.

Considere una trayectoria definida por n puntos de referencia, asuma que los puntos de referencia son las componentes del WP es decir

$$WP = \begin{bmatrix} x_{w_1} & y_{w_1} \\ x_{w_2} & y_{w_2} \\ \vdots & \vdots \\ x_{w_{i-1}} & y_{w_{i-1}} \\ x_{w_i} & y_{w_i} \\ x_{w_{i+1}} & y_{w_{i+1}} \\ \vdots & \vdots \\ x_{w_n} & y_{w_n} \end{bmatrix}$$

el caso para tres puntos de referencia contiguos w_{i-1} , w_i y w_{i+1} se muestra en la Figura 3. Para generar un camino a partir de los puntos de referencia se considera que cada componente de WP , (x_{w_i}, y_{w_i}) esta conectado al componente siguiente $(x_{w_{i+1}}, y_{w_{i+1}})$ con una línea recta definiéndose de esta forma un camino deseado con orientación.

La adaptación de la estrategia de control propuesta al caso de múltiples puntos de referencia se logra, básicamente definiendo una estrategia para evitar el fenómeno de desenrollado cuando el robot móvil hace la transición del punto de referencia (x_{w_i}, y_{w_i}) al punto de referencia $(x_{w_{i+1}}, y_{w_{i+1}})$. Esto se logra definiendo de forma adecuada la nueva orientación de referencia ψ_d . El algoritmo propuesto para realizar esta definición es el siguiente

$$\begin{aligned} &\text{if } \psi_d(t) < 0 \\ &\psi_d(t) = \psi_d(t) + 2\pi \\ &\text{end} \\ &\delta(t) = \psi_d(t) - \psi_d(t - \Delta T) \\ &\text{if } \Delta(t) < -\pi \\ &\delta(t) = \Delta(t) + 2\pi \\ &\text{else if } \Delta(t) > \pi \\ &\delta(t) = \Delta(t) - 2\pi \\ &\text{end} \\ &\psi_a(t) = \psi_a(t - \Delta T) + \delta(t) \\ &\psi_d(t) = \psi_a(t) \end{aligned} \quad (6)$$

La primera parte del algoritmo identifica el signo de la orientación deseada y la ajusta para que quede definida en el $[0, 2\pi)$, enseguida se define a δ como la diferencia entre la orientación deseada y la orientación deseada del punto de referencia anterior ajustándola para quedar definida en el conjunto $[0, 2\pi)$. Finalmente, sumándole δ a la orientación con la que llega el robot móvil al punto de referencia anterior se obtiene la nueva orientación deseada.

Para completar la extensión de la estrategia de control propuesta al caso de múltiples puntos de referencia se define

$$\begin{aligned} E_p^{(i)} &= \sqrt{(x_{w_i} - x)^2 + (y_{w_i} - y)^2} \\ \psi_d^{(i)} &= \arctan\left(\frac{y_{w_i} - y}{x_{w_i} - x}\right) \\ e_\psi^{(i)} &= \psi - \psi_d^{(i)} \end{aligned}$$

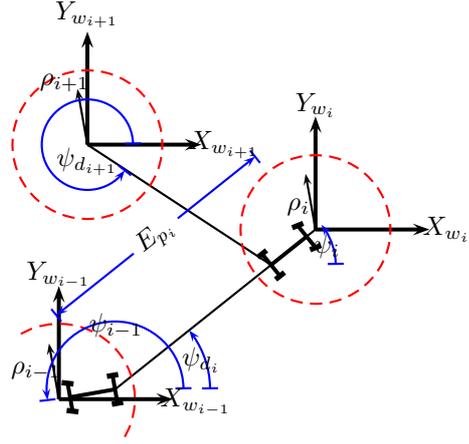


Figura 3. Múltiples puntos de referencia.

para $i = 1, \dots, n$.

De esta forma el modelo cinemático del robot móvil entre los puntos de referencia WP_i y WP_{i+1} queda descrito por el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} \dot{E}_p^{(i)} &= -V \cos(e_\psi^{(i)}) \\ \dot{\psi}_d^{(i)} &= -\frac{V}{E_p^{(i)}} \sin(e_\psi^{(i)}) \\ \dot{e}_\psi^{(i)} &= -VK_p e_\psi^{(i)} \end{aligned} \quad (7)$$

de forma similar, la ley de control entre los puntos de referencia WP_i y WP_{i+1} es

$$\zeta^{(i)} = \arctan \left\{ -\ell \left[K_p e_\psi^{(i)} + \frac{1}{E_p^{(i)}} \sin(e_\psi^{(i)}) \right] \right\}$$

Notar que debido a la discontinuidad en $E_p^{(i)} = 0$ el robot móvil tipo carro no puede pasar exactamente sobre los puntos de referencia, por lo tanto, se define una vecindad del punto de referencia a la cual el robot móvil deberá realizar la transición al siguiente punto de referencia. Es decir se define a ρ_i tal que la condición muestran los resultados experimentales para el seguimiento de una ruta o camino de un robot móvil tipo carro. Concretamente, este diseño controla el modelo cinemático del móvil tipo carro. Se utilizó un control por linealización para la orientación lográndose controlar la distancia al punto de referencia.

$$E_p^{(i)} < \rho_i$$

es la indicación para ir hacia el punto de referencia siguiente.

IV. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Las características del robot móvil tipo carro utilizado como plataforma experimental son: longitud de 48,5cm, altura de 14,6cm y ancho de 41,1cm, peso de 4,26kg y carga máxima de 20kg. La parte electrónica de este robot móvil es alimentada por un arreglo de baterías de níquel-hidruro metálico (NiMH) a 12[V], la potencia mecánica se obtiene de un motor de combustión interna que utiliza



Figura 4. Plataforma Experimental Robot móvil tipo carro

nitro gasolina. La capacidad del tanque de combustible es de 125cc que le da un tiempo de funcionamiento entre 20 y 30 minutos, véase figura 4. El control del robot móvil de la Figura (4) se controla con dos servomotores, uno para mover el ángulo de las ruedas delanteras y otro servomotor para controlar la mezcla de combustible del motor de combustión interna.

Debido a que el diseño de la plataforma experimental esta orientada a implementar acciones de control en un carro autónomo se tienen dos opciones, comunicación inalámbrica o un sistema de control embarcado. En este trabajo se opta por una comunicación inalámbrica. La comunicación inalámbrica se realiza utilizando módulos de radiofrecuencia de la marca X-BEE, que transmiten información mediante el protocolo UART, a una tasa de transferencia de 4800 bps, half duplex, con un alcance alrededor de 100mts.

El conjunto de sensores embarcado en el robot móvil esta compuesto del sistema GPS EM-406A de la marca GlobalSat y del compas magnético triaxial HMC5883L de la marca Honeywell. Mediante un ds-PIC los datos de los sensores se acoplan para ser enviados por el modulo de radiofrecuencia a una computadora. Una vez que los datos llegan a la computadora se transforman a cantidades físicas, se pasa de latitud y longitud a coordenadas norte, este y hacia abajo en metros. Se realiza el calculo de la ley de control y se envía la información por el modulo de radiofrecuencia al robot móvil. En el robot móvil el ds-PIC se encarga de enviar las señales de modulación por ancho de pulso (PWM), a 50Hz con un periodo de valor alto entre 1ms y 2ms, a los servomotores que controlan el ángulo de las ruedas del motor y la válvula del motor de combustión interna.

Los tiempos de muestreo del conjunto de sensores es el siguiente: la posición del robot móvil se obtiene a una frecuencia de 1Hz mientras que la orientación se obtiene a una frecuencia de 75Hz. El GPS también proporciona la velocidad a una frecuencia de 0,5Hz.

Es importante señalar que los experimentos se realizaron en un campo de futbol soccer por lo que el terreno es bastante irregular haciendo muy difícil lograr en lazo abierto una velocidad del robot móvil constante. Al llegar a una irregularidad el robot móvil salía disparado o se quedaba

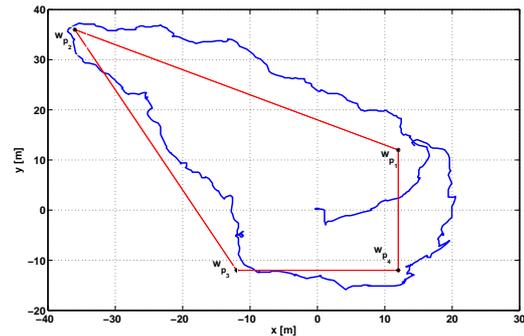


Figura 5. Seguimiento de Trayectorias del robot móvil tipo carro

detenido. Para controlar la velocidad del robot móvil se propone una estrategia de control proporcional derivativa, es decir

$$\delta_a = K_{pv} \tilde{V} + K_{dv} \dot{\tilde{V}}, \quad \tilde{V} = V - V_d$$

con V_d la velocidad deseada. Debido a que la velocidad medida por el GPS tiene un periodo de muestreo muy bajo se acondiciono un sensor óptico para medir a través de la flecha, que transmite la potencia a las ruedas, el número de revoluciones. El tiempo de muestreo del sensor óptico es de 0,52seg. La aceleración se obtuvo mediante la derivada sucia. La sintonización de todas las ganancias se hizo a prueba y error.

El camino deseado esta definido por los puntos de referencia siguientes

$$WP_1 = \begin{bmatrix} 12 & 12 \\ -35 & 35 \\ -12 & -12 \\ 12 & -12 \end{bmatrix}$$

La trayectoria seguida por el robot móvil se muestra en la Figura 5, el valor de umbral utilizado para cada punto de referencia en la ruta mostrada fue de 3m, a una velocidad lineal constante de $V = 0,5m/s$. En la Figura 6 puede observarse que como se predijo en los desarrollos teóricos el error en orientación converge a cero cada vez que se sigue un nuevo punto de referencia. Es importante notar que no existe el fenómeno de desenrollado.

La figura 7 muestra como la distancia al punto de referencia i disminuye hasta alcanzar el umbral del punto de referencia $i + 1$.

La figura 8 muestra la velocidad del robot móvil medida por el GPS.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se abordó el problema de seguimiento de caminos definidos por puntos de referencia para un robot móvil tipo carro. La estrategia de control propuesta se basa en realizar un cambio de coordenadas que genera un modelo cinemático discontinuo. En estas nuevas coordenadas se diseña un control por linealización para la orientación del robot móvil. Manteniendo la velocidad del robot móvil constante y de signo definido se puede lograr que el

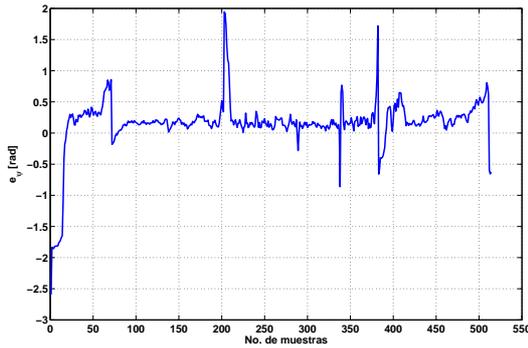


Figura 6. Error de orientación e_ψ

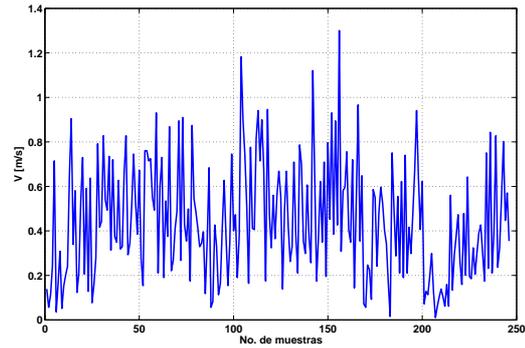


Figura 8. Velocidad

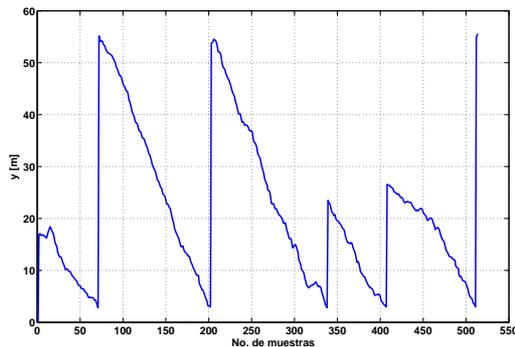


Figura 7. Distancia E_p

robot móvil se dirija al punto de referencia deseado. Esta ley de control se adapta para seguir un camino definido por varios puntos de referencia. La adaptación se realiza definido a la orientación deseada de forma que se evite el fenómeno de desenrollado. La estrategia de control se valida experimentalmente en un ambiente exterior no controlado.

A pesar del éxito obtenido en la parte experimental quedan pendientes diversas tareas, entre las cuales señalamos: realizar una prueba de estabilidad del modelo completo, cinemático y dinámico, identificar de forma adecuada los parámetros del modelo para evitar realizar la sintonización de las ganancias de control por prueba y error, considerar perturbaciones tales como el derrape y el deslizamiento y diseñar un mejor conjunto de sensores. Respecto a esto último dotar al robot móvil de un GPS diferencial.

AGRADECIMIENTOS

El primer autor agradece el soporte económico recibido por la Secretaria de Investigación y Posgrado del IPN, a través del proyecto 20120733 al programa EDI, COFAA, COTEPABE, del IPN. Este trabajo fue financiado parcialmente por el Instituto de Ciencia y Tecnología del Distrito Federal con registro 263/2010.

REFERENCIAS

Aguiar y Hespanha (2007). Trajectory-tracking and path-following of underactuated autonomous vehicles with parametric modeling uncertainty, *IEEE Trans. on Automatic Control* 52: 1362-1378.

- Anderson, E. P., Beard, R. W. y McLain, T. W. (2003). Real-time dynamic trajectory smoothing for unmanned air vehicles, *IEEE Trans. on Control Systems technology* 13: 471-477.
- Brockett, R. W. (1983). Asymptotic stability and feedback stabilization, in *Differential Geometry Control Theory*.
- Divelbiss y Wen (1997). Trajectory tracking control of a car-trailer system, *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol* 5: 269-278.
- M'Closkey, R. T. y Murray, R. M. (1993). Control of robot manipulators, Macmillan.
- Morin y Samson (2008). Springer Handbook of Robotics, Springer, Berlin, Heidelberg, Chapter 34. Motion Control and Wheeled Robots, pp. 799-826.
- Wang, D. y Low, C. B. (2008). Modeling and analysis of skidding and slipping in wheeled mobile robots: Control design perspective, *IEEE Trans. on Robotics* 23: 676-687.
- Yang, J. M. y Kim, J. H. (1999). Sliding mode control for trajectory tracking of nonholonomic wheeled mobile robots, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 15, No. 3, pp. 578-588.
- Low, C. B. y Wang, D. (2008). GPS-Based Path Following Control for a Car-Like Wheeled Mobile Robot With Skidding and Slipping, *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol. 16, No. 2, March 2008.
- Pomet, J. B. (1992). Explicit design of time-varying stabilizing control laws for a class of controllable systems without drift, *Systems Control Lett.*, 18, pp 147-158.
- Bloch, A. M., Reyhanoglu, M. y McClamroch, N. H. (1992). Control and stabilization of nonholonomic dynamic systems, *IEEE Trans. on Automatic Control*, 37(11), pp. 1746-1757.
- Canudas de Wit, C. y Sordalen, O. J. (1992). Example of piecewise smooth stabilization of driftless nl systems with less inputs than states, in: *Proc. Symp on Nonlinear Control System Design*, Bordeaux, France, pp. 57-61.
- Wie, B. y Barba, P. M. (1985). Quaternion feedback for spacecraft large angle maneuvers, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 8, No. 3, pp. 360-365.
- Bhat, S. P. y Bernstein, D. S. (2000). A topological obstruction to continuous global stabilization of rotational motion and the unwinding phenomenon, *Systems & Control Letters*, Vol. 39, No. 1, pp. 63-70.
- Astolfi, A. (1996). Discontinuous control of nonholonomic systems, *Systems & Control Letters*, Vol. 27, pp. 37-45.
- Astolfi, A. (1995). Exponential stabilization of a car-like vehicle, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1391-1396.